

¿Cuál es el Mejor Método de Cocientes en la Repartición de Escaños?

Mat. Enrique Navarrete

©Scalar Consulting, 2004

Resumen

En este documento se describen los métodos más comunes de repartición de escaños en elecciones multipartidistas por los métodos de divisores o cocientes; se define un concepto de injusticia en la asignación de escaños, y se demuestra que el método Webster (ó Saint-Laguë) es el que minimiza la injusticia.

1. Descripción del problema

Un problema recurrente en elecciones multipartidistas consiste en escoger un método de repartición de escaños que coincida lo más cercanamente posible con una noción de “equidad” o “justicia”.

Existen dos tipos de mecanismos para realizar dichas reparticiones, que consisten en los métodos de cocientes (o divisores) y en los métodos de residuos (o cuotas). En este documento se tratará únicamente sobre los métodos de cocientes y se proveerá una solución al siguiente problema: *De tener que escoger un método de cocientes, ¿cuál sería el mejor de estos métodos?*¹

2. Proceso usual de asignación de escaños utilizando el método de cocientes

En todos los métodos de repartición de escaños que utilizan divisores o cocientes se realiza el siguiente procedimiento general:

1) El total de votos obtenido por cada partido o lista se divide para una serie de divisores, tales como 1, 2, 3, y así sucesivamente, con el número de divisores ya sea igual al número de escaños a repartir o igual al número de partidos o listas contendientes;²

¹ Para conocer las diferencias entre los métodos de residuos y cocientes, así como para evaluar las ventajas y desventajas entre ambos, el lector puede referirse al documento *¿Cuál es el Mejor Método de Distribución de Escaños en Elecciones Multipartidistas?*

² Estos dos criterios no necesariamente coinciden (ej: puede existir un mayor número de escaños por repartir que partidos beligerantes, o viceversa). El número total de divisores escogidos en el caso de que estos dos criterios difieran puede resultar de fundamental importancia en la repartición final de escaños, especialmente cuando existen grandes diferencias en los resultados de las votaciones. Ver el documento citado anteriormente.

2) Los cocientes así obtenidos (número de votos/divisores) se ordenan de modo descendente y se asigna a cada lista o partido los escaños que correspondan a los cocientes más altos, hasta agotar el número de escaños por repartir;³

3) De existir más escaños que partidos o listas contendientes, se asignan los escaños a los candidatos con mayor votación dentro de la misma lista o partido;

4) Los empates se resuelven mediante sorteo.

Sin embargo, el paso realmente crítico de todo el proceso consiste en determinar qué sucesión de divisores se va utilizar. En esto difieren los distintos mecanismos de adjudicación por cocientes.

3. Diferencias entre los distintos métodos

Los métodos de repartición de escaños por cocientes más comúnmente utilizados son el método *d'Hondt* y el método *Webster*, así nombrados en honor al matemático belga Victor d'Hondt y al estadista Daniel Webster. El método Webster también se conoce como método *Saint-Laguë*, especialmente en los países escandinavos donde se aplica, tales como Noruega, Suecia y Dinamarca.

El método d'Hondt utiliza como divisores los números enteros 1, 2, 3, 4, etc. mientras que el método Webster utiliza los divisores impares 1, 3, 5, 7, etc. Existen también otros métodos por cocientes o divisores que se describirán más adelante.

La sucesión de divisores se puede resumir en las llamadas *funciones de clasificación*, que muestran cómo se asignaría a la lista o partido el *siguiente* escaño, una vez que el partido ya ha obtenido N_i escaños.

Algunas de estas funciones se muestran en la Tabla 1 para cuatro métodos de asignación por cocientes.

Tabla 1: Funciones de Clasificación:

Método	Función de Clasificación
D'Hondt	$f_i = \frac{V_i}{N_i + 1}$
Webster	$f_i = \frac{V_i}{2N_i + 1}$
Hill-Huntington	$f_i = \frac{V_i}{\sqrt{N_i(N_i + 1)}}$
Dean	$f_i = \frac{V_i}{\left(\frac{2N_i(N_i + 1)}{(2N_i + 1)} \right)}$

³ Los decimales se pueden redondear al número entero más aproximado (método *Webster*), o al número entero inmediatamente inferior (método *d'Hondt*).

Donde:

N_i = Número de escaños obtenidos por el Partido o Lista i ;

V_i = Número de votos obtenidos por el Partido o Lista i ;

Las funciones de clasificación en efecto miden la dinámica con la que se asignarán los escaños sucesivos para cada lista o partido. Estas funciones se utilizarán en la demostración del mejor método de asignación por cocientes.

Como es natural, los divisores utilizados en cada método de repartición se encuentran en el denominador de cada función de clasificación.

La Tabla 2 muestra los divisores correspondientes a las funciones de clasificación anteriores.

Tabla 2: Algunos divisores comúnmente utilizados:

Método	Divisores utilizados
D'Hondt	1, 2, 3, 4, ..
Webster	1, 3, 5, 7, ..
Hill-Huntington	1.41, 2.45, 3.46, 4.47, 5.48, ..
Dean	1.33, 2.40, 3.43, 4.44, 5.45, ..

Nótese que en los diversos métodos se puede variar tanto el *primer divisor* como el espaciamiento entre *divisores sucesivos*.

Por ejemplo, en el método Hill-Huntington, el primer divisor no es 1 sino 1.41 (que es la media geométrica de 1 y 2), y en el método Webster el espaciamiento entre divisores sucesivos no es 1 sino 2, como resultado de la utilización de divisores impares.

¿Qué se gana con la variación ya sea del primer divisor o del espaciamiento entre divisores sucesivos ?

*En general, el aumentar el primer divisor desfavorece la obtención de escaños por parte de los partidos o listas más pequeños (con menor votación), y el aumentar el espaciamiento entre divisores sucesivos reduce la ventaja de los partidos o listas más grandes.*⁴

En efecto, el aumentar el primer divisor dificulta que los partidos con menor votación obtengan su *primer* escaño, mientras que el aumentar el espaciamiento entre divisores dificulta que los partidos con mayor votación obtengan escaños *posteriores*.

⁴ Existe un método que persigue exactamente este efecto, el llamado *Webster modificado*. Éste es un método "híbrido" que utiliza 1.41 como primer divisor (de igual modo que el método Hill-Huntington), seguido de los divisores 3, 5, 7, .. (es decir, un espaciamiento sucesivo de dos unidades, como en el método Webster).

Para visualizar mejor cómo incide el espaciamiento entre divisores, analicemos el efecto que sobre la repartición de escaños tienen los divisores de los dos métodos principales, Webster y d'Hondt.

El espaciamiento entre los divisores impares del método Webster produce que los cocientes decrezcan más rápidamente que en el método d'Hondt. Esto tiene el efecto que el partido o lista con mayor número de votos experimenta un rápido descenso de cocientes, permitiendo el ingreso de otras listas o partidos en la asignación de escaños.

Naturalmente, el efecto es similar para la lista o partido que obtuvo el segundo mayor número de votos, y así sucesivamente, lo que permite que un mayor número de partidos accedan a la repartición de escaños.

Por lo tanto se cumple en general que, *a mayor espaciamiento entre divisores sucesivos, mayor número de partidos representados y menor concentración, mientras que a menor espaciamiento, menor número de partidos representados y mayor concentración en la asignación final de escaños.*

Como consecuencia, pueden existir mecanismos que concentren aún más el número de partidos con escaños asignados y que excluyan a un mayor número de partidos, disminuyendo el espaciamiento entre divisores sucesivos.⁵

4. Concepto de Injusticia en la Repartición de Escaños

Finalmente, una vez que hemos analizado las diferencias entre los diversos métodos de cocientes, surge la pregunta natural, *¿Cuál de ellos es el mejor?*

Si creemos que la respuesta está basada en los principios descritos al inicio de este documento, es decir, en motivaciones de “equidad” o “justicia”, debemos adoptar una definición de cualquiera de estos conceptos con el objeto de poder responder la pregunta satisfactoriamente.

¿Cómo podemos medir matemáticamente la injusticia en la repartición de escaños?

El criterio mayoritariamente utilizado es el de Huntington⁶, el cual mide la injusticia entre la repartición de escaños entre dos partidos i y j cualquiera como la diferencia:

$$D_{ij} = \frac{N_i}{V_i} - \frac{N_j}{V_j}, \quad (1)$$

Donde:

N_i = Número de escaños obtenidos por el Partido o Lista i ;

⁵ Este efecto se puede apreciar en los ejemplos del documento citado.

⁶ Edward V. Huntington (1874–1952), profesor de matemáticas y mecánica, Universidad de Harvard. El método de cocientes Hill-Huntington, descrito anteriormente, se utiliza desde 1941 para asignar representantes al Congreso de los Estados Unidos.

$N_j =$ Número de escaños obtenidos por el Partido o Lista j ;

$V_i =$ Número de votos obtenidos por el Partido o Lista i ;

$V_j =$ Número de votos obtenidos por el Partido o Lista j ;

El método de divisores que minimice la injusticia se definirá entonces como aquél que transfiera escaños de un partido a otro de manera consistente con la Ecuación (1).⁷

5. Demostración de la Propuesta

Proposición: *De todos los métodos de cocientes, el método de Webster (Saint-Laguë) es el único que minimiza la injusticia.*

Demostración:

Para obtener el método de divisores que produce la menor injusticia en la repartición de escaños, asumiremos que los Partidos A y B ya han obtenido la cantidad de escaños N_A y N_B mediante las votaciones V_A y V_B , respectivamente.

Queremos cuantificar la injusticia que se produciría con la transferencia del siguiente escaño ya sea al Partido A o al Partido B; esto es, aplicando el procedimiento habitual de repartición mediante las funciones de clasificación.

¿Cuál sería la injusticia cometida de asignar el siguiente escaño al Partido A?

Utilizando la fórmula de la injusticia (1), tenemos que la injusticia de asignar el siguiente escaño al Partido A está dada por:

$$D_{AB} = \frac{N_A + 1}{V_A} - \frac{N_B}{V_B} \quad (2)$$

De modo similar, la injusticia de asignar el siguiente escaño al Partido B consiste en la diferencia:

$$D_{BA} = \frac{N_B + 1}{V_B} - \frac{N_A}{V_A} \quad (3)$$

Si en la ronda de repartición lo más justo es que el Partido A obtenga el siguiente escaño, cualquier método de divisores o cocientes debería producir que:

$$D_{AB} < D_{BA} \quad (4)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2) y (3) en (4), obtenemos la siguiente expresión:

$$\frac{N_A + 1}{V_A} - \frac{N_B}{V_B} < \frac{N_B + 1}{V_B} - \frac{N_A}{V_A}.$$

⁷ De modo equivalente, dicho método será aquél cuya función de clasificación se derive de la Ecuación (1).

Esto es,

$$\frac{N_A + 1}{V_A} + \frac{N_A}{V_A} < \frac{N_B + 1}{V_B} + \frac{N_B}{V_B},$$

Lo cual implica que:

$$\frac{V_B}{2N_B + 1} < \frac{V_A}{2N_A + 1}. \quad (5)$$

Como podemos apreciar, la Ecuación (5) es *justamente el criterio que utilizaría el método de Webster para asignar el siguiente escaño al Partido A, siguiendo las funciones de clasificación descritas en la Tabla 1.*

Confirmamos entonces que, de tener que repartir escaños en elecciones multipartidistas utilizando algún método de divisores o cocientes, escogeríamos el método Webster, ya que es el único que coincide con el criterio de menor injusticia según se define en la Ecuación (1).

En otras palabras, si se transfirieran escaños de un partido a otro de una manera diferente a como lo realiza el método Webster, aumentaría la injusticia en dicha repartición.